

## ΕΠΛ 231: Δομές Δεδομένων και Αλγόριθμοι

### Θεωρητική Άσκηση #2

[Ακολουθείστε τις οδηγίες για τις θεωρητικές εργασίες όπως περιγράφεται στο συμβόλαιο του μαθήματος]

#### Άσκηση 1

Έστω πίνακας  $A$  στον οποίο είναι καταγεγραμμένες οι τιμές μιας μετοχής κατά το μήνα Σεπτέμβριο, δηλαδή, ο πίνακας  $A$  είναι μεγέθους 31 (η θέση 0 δεν χρησιμοποιείται) και, αν  $A[i]=58$ , τότε η τιμή της μετοχής στις  $i/9/2014$  ήταν 58σ. Μας ενδιαφέρει να μάθουμε, για κάθε μέρα  $i$  του Σεπτεμβρίου, τον μέγιστο αριθμό των προηγούμενων διαδοχικών ημερών, συμπεριλαμβανομένης της μέρας  $i$ , κατά τις οποίες η τιμή της μετοχής ήταν μικρότερη ή ίση από την τιμή της ημέρας  $i$ . Πιο συγκεκριμένα, θέλουμε να δημιουργήσουμε πίνακα  $B$ , μεγέθους 31, τέτοιο ώστε, αν  $B[i]=k$ , τότε

- (1) για κάθε  $m$  στο διάστημα  $[i-k+1, i]$ ,  $A[m] \leq A[i]$ , και
- (2) αν  $i-k > 0$  τότε  $A[i-k] > A[i]$ .

Για παράδειγμα αν

Μέρα	1	2	3	4	5	6	7	...
$A[i]$	54	52	23	37	32	46	52	...

τότε

Μέρα	1	2	3	4	5	6	7	...
$B[i]$	1	1	1	2	1	4	6	...

Να προτείνετε αποδοτικό αλγόριθμο που να λύνει το πρόβλημα σε **γραμμικό χρόνο** εκτέλεσης. Να εξηγήσετε σύντομα την ορθότητα και τη χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας.

*Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε στοίβες*

## Άσκηση 2

Να προτείνετε μια δομή δεδομένων η οποία να υποστηρίζει εκτός από τις συνήθεις πράξεις στοίβας (IsEmpty, MakeEmpty, Top, Push, Pop) και την επιπλέον πράξη FindMin, η οποία επιστρέφει το μικρότερο στοιχείο της δομής (χωρίς να το εξάγει). Να γράψετε (ι) μια καθαρή προδιαγραφή των πράξεων και των μεταβλητών που χρειάζονται για τη δομή και (ιι) την υλοποίηση των πράξεων σε ψευδοκώδικα. Όλες οι πράξεις πρέπει να είναι της τάξης  $O(1)$ .

## Άσκηση 3

**Εξηγήστε** πως μπορούμε να υλοποιήσουμε 3 ουρές χρησιμοποιώντας μόνο ένα πίνακα. Πώς επηρεάζεται κάθε μια από τις μεθόδους της ΑΔΤ ουρά;

## Άσκηση 4

(α) Έστω ότι έχουμε ένα πίνακα  $A$  ο οποίος αποτελείται από  $n$  στοιχεία τα οποία είναι είτε 0 είτε 1. **Περιγράψτε** ένα **αποδοτικό** αλγόριθμο ταξινόμησης έτσι ώστε όλα τα 0 να προηγούνται όλων των 1. Ποιος είναι ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου σας;

(β) Έστω ότι έχουμε ένα πίνακα  $A$  ο οποίος αποτελείται από  $n$  στοιχεία τα οποία είναι είτε 0 είτε 1 είτε 2. **Περιγράψτε** ένα **αποδοτικό** αλγόριθμο ταξινόμησης έτσι ώστε όλα τα 0 να προηγούνται όλων των 1 και όλα τα 1 να προηγούνται όλων των 2. Ποιος είναι ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου σας;

## Άσκηση 5

Να προτείνετε αλγόριθμο ο οποίος με δεδομένο εισόδου ένα πίνακα ακεραίων  $A$  και ένα ακέραιο  $k$  αποφασίζει κατά πόσο υπάρχουν δύο στοιχεία μέσα στον πίνακα  $A$  των οποίων το άθροισμα είναι ίσο με  $k$ . Ο αλγόριθμός σας θα πρέπει να είναι της τάξης  $O(n \lg n)$ .